T4

संकल्पना चित्र:

प्रकरण 4: दोन चलांतील रेषीय समीकरणे

↓

पूर्वज्ञान: एका चलातील रेषीय समीकरण (कोटी=1) सोडविता येणे, तयार करता येणे

↓

दोन चलातील रेषीय समीकरणांचे सामान्यरूप **$ax + by = c$,**

दोन चलातील रेषीय समीकरणांची प्रणाली

↓

दोन चलांतील रेषीयसमीकरणांच्या प्रणालीची उकल म्हणजे काय याचा अर्थ समजणे

↓

अशा उकली मिळविण्याच्या दोन पद्धती:

a) सहगुणक समान करून एका चलाचे निरसन करण्याची पद्धती

b) एका चलाची किंमत दाखविणारी राशी काढून ती दुसऱ्या समीकरणात घालून त्या चलाचे निरसन करणे

↓

चलांच्या सहगुणकांची अदलाबदल करून तयार झालेली एकसामायिक समीकरणे सोडविणे

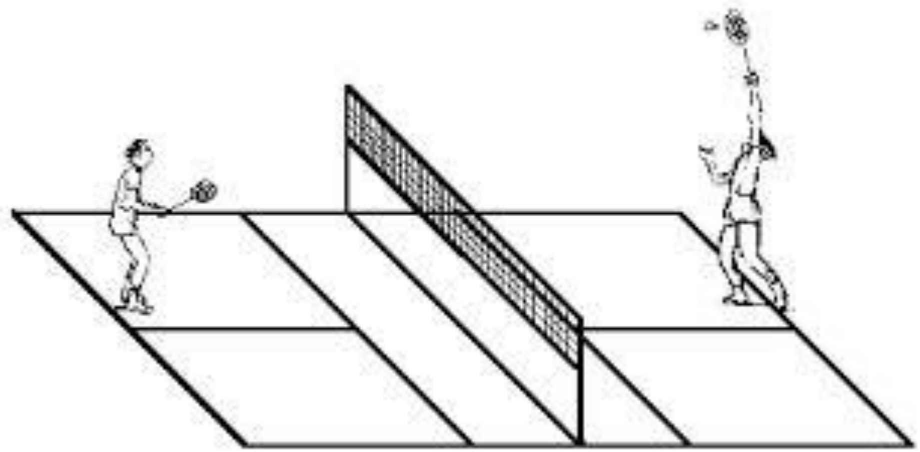
↓

एकसामायिक समीकरणांचा उपयोग (शाब्दिक उदाहरणे) समीकरणे तयार करणे व त्यांची उकल काढणे

प्रकरण 4 : दोन चलांतील रेषीय समीकरणे

क्रमित जोडी:

1



(5, 2) ≠ (2, 5)

2 ∴ जर (x, y) = (-3, 4) असेल त्याचा अर्थ

x = −3 व y = 4 असा असतो.

अशा क्रमित जोड्या आणखी कोणत्या कोणत्या ठिकाणी वापरल्या जातात हे तुम्ही शोधा.

दोन चलातील रेषीय समीकरणे:

समजा, आपण दुकानात 1 वही आणि 1 पेन्सिल आणायला गेलो व दुकानदाराने आपल्याला

25 रु. मागितले एवढ्या माहितीवरून वहीचा दर व पेन्सिलीचा दर सांगता येईल का?

पुढील सारणी पूर्ण करून पहा.

एका वहीची किंमत	10	…	24	13	…	…
एका पेन्सिलीची किंमत	…	5	1	…	8	10
एकूण	25	25	25	25	25	25

(Answer Table)

एका वहीची किंमत	10	20	24	13	17	15
एका पेन्सिलीची किंमत	15	5	1	12	8	10
एकूण	25	25	25	25	25	25

माहित नसलेल्या <u>एका</u> संख्येसाठी बीजगणितात एक अक्षर वापरतात. मग माहित नसलेल्या <u>दोन</u>

संख्यासाठी <u>किती</u> अक्षरे वापरणे सोयीचे होईल?

एका वहीची किंमत = x रूपये व एका पेन्सिलची किंमत= y रुपये मानू

∴ पहिल्या माहिती वरून आपल्याला समीकरण मिळते: $x + y = 25$

व   दुसऱ्या माहितीवरून आपल्याला समीकरण मिळते: $x = 4y$

एका चलातील समीकरणे सोडविताना आपण वापरतो त्या बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार,

भागाकार ह्या क्रिया दोन चलांतील समीकरणे सोडविण्यासाठीही वापरता येतात.

यातील x आणि y च्या किंमती कशा काढता येतील त्यासाठी पुढील माहिती पाहू.

दोन चलातील एका रेषीय समीकरणाच्या उकली:

T4_L2_A1

$2x + y = 14$ या समीकरणात $x= 4$ असताना y ची किंमत किती?

उत्तर लिहिताना प्रथम x ची किंमत व नंतर y ची किंमत लिहिण्याचा संकेत आहे तर ती जोडी लिहा. तुमचे उत्तर क्रमित जोडी वापरून लिहा.

अशा आणखी काही जोड्या शोधा. त्यासाठी काही वेळा x च्या किंमतींवरून y च्या संगत किंमती काढा,तर काही वेळा y च्या किंमतींवरून x च्या संगत किंमती काढा. अशा आणखी किती जोड्या मिळू शकतील?

त्यांची यादी करा. त्यांनी दिलेले समीकरण सत्य होते का ते पडताळून पहा.

T4_L2_A1

$2x + y = 14$ या समीकरणात $x = 4$ घालून,

$2(4) + y = 14$

$\therefore 8 + y = 14 \quad \therefore y = 14 - 8 \quad \therefore y = 6$

$\therefore$ (4 , 6) ही दिलेल्या समीकरणाची एक उकल आहे.

$2x + y = 14$ या समीकरणात $x = 0$ घालून,
$2(0) + y = 14 \quad \therefore y = 14$
$\therefore$ (0 , 14) ही दिलेल्या समीकरणाची एक उकल आहे.

$2x + y = 14$ या समीकरणात $x = -7$ घालून,
$2(-7) + y = 14 \quad \therefore y = 14 + 14 = 28$
$\therefore$ (-7 , 28) ही दिलेल्या समीकरणाची एक उकल आहे.

यावरून असे दिसते की, दोन चलांतील एका समीकरणाचे समाधान करणाऱ्या अनंत उकली असतात.

दोन चलातील दोन रेषीय समीकरणाच्या उकली:

T4_L2_A2

पुढील दोन समीकरणे वहीत लिहा. $x + y = 25$, $x = 4y$.

सुरूवातीच्या या प्रत्येक समीकरणाच्या अशा काही उकली शोधू.

प्रथम $x + y = 25$ हे समीकरण सत्य होईल अशी एकेक जोडी लिहा

ती त्या समीकरणाच्या स्तंभात लिहा.

त्याच प्रमाणे $x = 4y$ हे समीकरण सत्य होईल अशी एकेक जोडी लिहा ती त्या

समीकरणाच्या स्तंभात लिहा. ह्या जोड्या खाली दाखविल्याप्रमाणे वहीत लिहा.

T4_L2_A2

x आणि y च्या किंमती शून्य किंवा ऋण असणार नाहीत.

हे लक्षात घेऊन पुढील सारणी पूर्ण करा.

x आणि y च्या संगत किंमती (क्रमित जोड्या) दिल्या आहेत त्यातील योग्य जोडी निवडून खालील सारणी पूर्ण करा.

$x + y = 25, \quad x = 4y$

पहिला गट	दुसरा गट
समीकरण $x + y = 25$	समीकरण $x = 4y$
i) (10, 15) कारण 10 + 15 = 25	(8, 2) कारण 4(2) = 8
ii)	
iii)	
iv)	
v)	

i) (20, 5), ii) (4, 1), iii) (18.50, 6.50), iv) (12, 3),
v) (10, 2.50) , vi) (10, 15) vii) (13, 12) viii) (20, 5),

काही संभाव्य उत्तरे:

पहिला गट: i) (10, 15) ii) (20, 5), iii)(18.50, 6.50), iv) (13, 12)

दुसरा गट: i) (10, 2.50) ii) (4, 1), iii) (12, 3), iv) (20, 5),

पहिल्या व दुसऱ्या गटासाठी उत्तराच्या उकली अनंत आहेत.

त्यापैकी काही उकली वरील प्रमाणे असतील.

दिलेल्या उदाहरणात वही आणि पेन्सिलची किंमत ऋण किंवा शून्य असू शकत नाही.

म्हणून दोन्ही गटांमध्ये त्या संख्या आलेल्या नाहीत.

मात्र इतर उदाहरणांमध्ये समीकरणांच्या उकली कोणतीही वास्तव संख्यांची क्रमित जोडी असू शकते.

असे काम करीत असताना एक सामाईक जोडी मिळाल्यास, तिला त्या दोन समीकरणांची उकल म्हणतात.

यामध्ये ती सामाईक उकल = (20, 5)

म्हणून एका वहीची किंमत = 20 रूपये व एका पेन्सिलची किंमत = 5 रूपये.

ज्या समीकरणांमध्ये दोन चले असून त्यांचा घातांक एक असतो, त्यांना दोन चलातील रेषीय समीकरणे म्हणतात.

(कारण अशा समीकरणाचा आलेख एक रेषा असतो. हे आपण पुढे शिकणार आहोत.)

बैजिक पद्धतीने एकसामायिक समीकरणे सोडविणे:

नमुना : (I) एका चलाचे निरसन करण्याची पद्धत :

पद्धत I) :

$2x + y = 10$..........(I)

$3x - 2y = 8$ ....(II)

x चे सहगुणक अनुक्रमे 2 व 3 आहेत. हे भिन्न सहगुणक आहेत. त्यांच्या जागी समान किंवा विरूद्ध सहगुणक कसा आणता येईल? यावर विचार करा.

समजा दोन्ही समीकरणात x चा समान सहगुणक (1) आणायचा असेल तर पहिल्या समीकरणाच्या प्रत्येक पदाला 2 ने भाग द्यावा लागेल व ते होईल:-

$\frac{2x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{10}{2}$ म्हणजेच $x + \frac{y}{2} = 5$ ....(III) x चे सहगुणक 2 व 3 आहेत त्यांचा ल. सा. वि. = 6 म्हणून दोन्ही समीकरणात 6x हे पद आणण्यासाठी पहिल्या समीकरणाला 3 ने व दुसऱ्या समीकरणाला 2 ने गुणू.

$3(2x + y) = 3(10) \quad \therefore 6x + 3y = 30$ ………(III)

$2(3x - 2y) = 2(8) \quad \therefore 6x - 4y = 16$ … … . . (IV)

आता समीकरण (III) व (IV) मध्ये x चे सहगुणक समान झाले शिवाय x आणि y च्या किंमती ही तशाच राहिल्या, अपूर्णांकही आले नाहीत. ठीक झाले पण आपण y च्या सहगुणकांकडे आधीच पाहिले असते तर?

काम सोपे झाले असते. समीकरणे परत पाहू.

$2x + y = 10$……..(I)

$3x - 2y = 8$ ……..(II)

यांमध्ये y चे सहगुणक आहेत अनुक्रमे 1 व -2 पहिल्या समीकरणात 2y हे पद

मिळविणे फारच सोपे आहे. काय करावे लागेल?

आपण समीकरण (I) ला 2 ने गुणू.

$\therefore 2 (2x + y) = 2 (10)$

$\therefore 4x + 2y = 20$ ………(III)

आता समीकरण (I) मध्ये काहीच बदल करण्याची गरज नाही.

$4x + 2y = 20$ ……(III) व $3x - 2y = 8$ ………(II)

यातून y ची निरसन अगदीच सहज होईल. तुम्हाला तर माहितच आहे की, विरूद्ध संख्यांची बेरीज = 0 असते म्हणूनच या समीकरणांची बेरीज करू (त्यांतील सजातीय पदांचीच बेरीज होईल हे तुम्हाला माहित आहेच.)

$$
\begin{array}{ll}
 & 4x + 2y = 20.........(III) \\
+ & \\
 & 3x - 2y = 8...........(II) \\
\hline
\end{array}
$$

7X = 28 (समीकरणांच्या बेरजेने)

अशा प्रकारे y चे निरसन झाले (+2x – 2y = 0)

आता एकाच चलातील समीकरण मिळाल्याने ते सोडवून x ची किंमत काढता येईल.

$7x = 28$

$\therefore x = \frac{28}{7}$

$x = 4$

आता ही किंमत दिलेल्यांपैकी कोणत्याही एका समीकरणात घातली की दुसऱ्या चलातील म्हणजे y मधील समीकरण मिळेल.

$x = 4$ ही किंमत $2x + y = 10$ या समीकरणात घालू.

$2(4) + y = 10$

$\therefore 8 + y = 10 \quad \therefore y = 10 - 8 \quad \therefore y = 2$

$\therefore x = 4$ व $y = 2$ याला दिलेल्या समीकरणांच्या प्रणालीची उकल म्हणतात.

ताळा : मिळालेल्या किंमती उरलेल्या समीकरणात म्हणजे येथे समीकरण (II) मध्ये घालून पाहू.

$3x - 2y = 8$

डावी बाजू $= 3x - 2y = 3(4) - 2(2) = 12 - 4 = 8 =$ उजवी बाजू

एका चलाचे निरसन करण्याची पद्धत : उदाहरण 2:

T4_L3_A2

आता ही समीकरणाची प्रणाली पहा.

$$\frac{(x+y-8)}{2} = \frac{(x+2y-14)}{3} = \frac{(3x+y-12)}{11}$$

तिरकस गुणाकार करू

$$\therefore 3(x+y-8) = 2(x+2y-14)$$

$$\therefore 3x+3y-24 = 2x+4y-28$$

सजातीय पदे एकत्र घेऊ

$$\therefore (3x-2x)+(3y-4y) = -28+24$$

$$\therefore x-y = -4 \quad \dots\dots\dots.(I)$$

यानंतर पहिले व तिसरे गुणोत्तर घेऊन त्याला सोपे रूप देऊ नाही तर दुसरे व तिसरे गुणोत्तर घेऊन त्याला सोपे रूप देऊ.

$$\frac{(x+y-8)}{2} = \frac{(3x+y-12)}{11}$$

तिरकस गुणाकाराने,

$$11(x + y - 8) = 2(3x + y - 12)$$

$$\therefore 11x + 11y - 88 = 6x + 2y - 24$$

$$\therefore 11x - 6x + 11y - 2y = -24 + 88$$

$$\therefore 5x + 9y = 64 \quad \ldots\ldots (\mathrm{II})$$

आता दोन्ही समीकरणे एकत्र पाहू.

x – y = -4 ……..(I)

5x + 9y = 64 ……..(II)

समीकरण (I) ला 9 ने गुणू म्हणजे y चे निरसन करता येईल (किंवा समीकरण (I)

ला 5 ने गुणले तर x चे निरसन करता येईल.) समीकरण (II) तसेच घेऊ

9 (x – y) = 9 (-4)

$$\begin{array}{rcl} & 9x - 9y = & -36 \quad \text{.......(III)} \\ + & 5x - 9y = & 64 \\ \hline & 14x \quad = & 28 \end{array}$$

…….(IV)

(समीकरणांच्या बेरजेने)

$\therefore x = \frac{28}{14}$ $\therefore x = 2$

ही किंमत समीकरण (I) मध्ये घालू.

x – y = -4……….(I)

$\therefore 2 - y = -4$

$\therefore -y = -4 - 2$

-y = -6

y = 6

$\therefore x = 2$ व $y = 6$ ही दिलेल्या समीकरणांच्या प्रणालीची उकल आहे.

(**ताळा:** समीकरण (II) मध्ये x = 2, y =6 घालून पाहू.

डावी बाजू = 5x + 9y = 5 (2) + 9 (6) = 10 + 54 = 64 = उजवी बाजू)

नमुना II) एका चलाची किमंत ठेवून चलाचे निरसन करणे

$$2x + 3y = -4 \quad ; \quad x - 5y = 11$$

या प्रणालीत दुसऱ्या समीकरणात x चा सहगुणक 1 असल्याने x ची किंमत y

मधील राशीच्या स्वरूपात काढणे सोपे आहे.

नंतर ही किंमत उरलेल्या म्हणजे समीकरण (I) x जागी घातली

तर त्यातून x चे निरसन होईल व y या एकाच चलातील एक समीकरण

मिळेल व ते सोडविता येईल.

पुढील रीत पहा.

x – 5y = 11 …….(II)

$\therefore x = (11 + 5y)$

x ची ही किंमत समीकरण (I) मध्ये घालू.

2x + 3y = -4…….(II)

$\therefore 2(11 + 5y) + 3y = -4$ $\quad$ (x चे निरसन झाले आहे.)

$\therefore 22 + 10y + 3y = -4$

$\therefore 13y = -4 - 22$

$\therefore 13y = -26$

$$\therefore y = \frac{-26}{13}$$

$$\therefore y = -2$$

आता x ची किंमत y = -2 घालून मिळेल.

x = (11 + 5y)

$$\therefore x = 11 + 5(-2)$$

= 11 – 10

= 1

$x = 1$ व $y = -2$ ही दिलेल्या प्रणालीची उकल आहे.

टीप:

जर दिलेल्या दोन्ही समीकरणांत दोन्ही चलांचे सहगुणक 1 पेक्षा भिन्न असतील तर

अर्थातच अपूर्णांक असलेली समीकरणे मिळतील. पण अशी समीकरणे सोडविणेही

फार किचकट नसते. व्यवस्थित मांडणी केलीत तर बिनचूक उत्तर नक्की मिळते.

कदाचित अधिक वेळ लागेल.

उदाहरण:

5y -3x = 14 …….(I)

3y – 2x = 1 …….(II)

पुढील मुद्द्यांवर विचार करून रीत आधी मनात ठरवा व त्यानुसार सोडवा.

i) त्यापैकी कोणत्या समीकरणात x किंवा y चा सहगुणक 1 आहे का ?

ii) असेल तर त्या चलाची किंमत दाखवणारी चलातील राशी शोधा.

iii) नसेल, तर त्या कोणत्याही एका समीकरणाची निवड करा व कोणत्याही एका चलाची किंमत दाखविणारी दुसऱ्या चलातील राशी शोधा.

(त्यामध्ये अपूर्णांकातील सहगुणक येतील)

iv) ही राशी उरलेल्या (दुसऱ्या) समीकरणात घाला व ते समीकरण सोडवा.

v) एका चलाची मिळालेली किंमत पायरी (**III**) मध्ये मिळविलेल्या राशीत घाला म्हणजे उरलेल्या चलाची किंमत मिळेल.

नमुना (III) x आणि y च्या सहगुणकांची अदलाबदल झालेली असल्यास.

तुम्हाला बेरीज व वजाबाकी जे गुणधर्म माहित आहेत त्यांचा उपयोग पुढील समीकरणांसाठी कसा करता येईल यावर विचार करा.

लक्षात घ्या की, तुम्ही समीकरणांवर बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार, भागाकार यांसारख्या क्रिया करू शकता.

$$13x + 15y = 114 \text{ ....(I)}$$

$$+ \quad 15x + 13y = 110 \text{ ....(II)}$$

$$28x + 28y = 224$$ (समीकरणांच्या बेरजेने)

$$\therefore 28\,(x + y) = 224$$

$$\therefore x + y = \frac{224}{28}$$

$$\therefore x + y = 8 \quad \ldots\ldots \text{(III)}$$

T4_L5

आता तुमच्या लक्षात आले असेल की, समीकरण (III) हे दिलेल्या समीकरणांपेक्षा सुटसुटीत आहे.

असेच आणखी एक सुटसुटीत समीकरण कसे मिळविता येईल?

समीकरणांच्या वजाबाकीने कोणते नवीन समीकरण मिळेल?

$$
\begin{array}{rrrl}
 & 13x + & 15y = & 114 \text{ ....(I)} \\
- & 15x + & 13y = & 110 \text{ ....(II)} \\
 & - \quad & - \quad & - \\
\hline
 & -2x + & 2y = & 4
\end{array}
$$

$\therefore -2\,(x - y) = 4$

$\therefore (x - y) = \frac{4}{-2}$

$\therefore x - y = -2 \text{ .....(IV)}$

आता समीकरणे (III) व (IV) सोडवून x व y च्या किंमती काढने अगदीच सोपे आहे.

x + y = 8 ……(III)

x – y = -2……(IV)

2x = 6 (समीकरणांच्या बेरजेने)

$$\therefore x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

x = 3 ही किंमत समीकरण (III) मध्ये घालून,

x + y = 8 ….. **(III)**

∴ 3 + y = 8

∴ y = 8 – 3

$\therefore y = 5$

$\therefore x = 3$ आणि $y = 5$ ही दिलेली समीकरणांची उकल आहे.

(**ताळा:** $x = 3$ आणि $y = 5$ ह्या किंमती समीकरण **(IV)** किंवा **(I)** किंवा **(II)** मध्ये घालून पहा. समजा समीकरण (I) मध्ये या किंमती घातल्या तर

डावी बाजू $= 13x + 15y = 13(3) + 15(5) = 39 + 75 = 114 =$ उजवी बाजू

या प्रकारच्या समीकरणांच्या x व y च्या किंमती न काढतासुद्धा आपल्याला

$(x + y)$ तसेच $(x - y)$ च्या किंमती मिळतात.

हे या पद्धतीचे आणखी एक वैशिष्ट्य आहे.

शाब्दिक माहितीवरून समीकरण तयार करणे:

T4_L6

वाक्ये किंवा वाक्यांश	गणितातील चिन्हे वापरून रुपांतर
i) x पेक्षा 5 ने मोठी	$(x + 5)$
ii) x च्या दुप्पट	$2x$
iii) x पेक्षा 8 ने लहान	$(x - 8)$
iv) x च्या निम्मी	$\frac{1}{2} x$
v) y ही x पेक्षा 4 ने मोठी	$y = (x + 4)$

T4_L6

वाक्य किंवा वाक्यांश	गणितातील चिन्हे वापरून रुपांतर
vi) y ही x पेक्षा 10 ने लहान	$y = (x - 10)$
vii) दोन अंकी संख्या = 10 ( ) + ( ) जर तिचा दशक स्थानचा अंक = x व एकक स्थानचा अंक = y	∴ ती दोन अंकी संख्या = $10x + y$
viii) आज, आईचे वय = x वर्षे व मुलीचे वय = y वर्षे आहे, तर	आजपासून 10 वर्षांनंतर, आईचे वय = $(x + 10)$ वर्षे मुलीचे तेंव्हाचे वय = $(y + 10)$ वर्षे 10 वर्षांपूर्वीचे, आईचे वय = $(x - 10)$वर्षे. मुलीचे तेव्हाचे वय = $(y - 10)$ वर्षे.

दिलेल्या माहितीवरून समीकरण कसे लिहावे?

पुढील विधान वाचा.

आज वडिलांचे वय मुलाच्या वयाच्या चौपट आहे.

हे वाचताना स्वाभाविकपणे तुम्ही कोठे थोडावेळ थांबलात? म्हणजे मनात स्वल्पविराम घेतलात?

तिथे वाक्याचे दोन भाग होतात. ते बघा.

आज वडिलांचे वय / मुलाच्या वयाच्या चौपट.

/ या खुणेच्या आधी जी माहिती आली असेल ती तुमच्या समीकरणाची डावी बाजू होते व

/ खुणेच्या नंतरची माहिती ही उजवी बाजू होते.

समजा, आज वडिलांचे वय = x वर्षे व मुलाचे वय = y वर्षे आहे.

आता दिलेल्या विधानावरून कोणते समीकरण मिळेल ?

लिहिण्याचा प्रयत्न करून बघा.

समीकरण:

1) x = 4y $\therefore x - 4y = 0$

2) आयताची लांबी त्याच्या रूंदीच्या **दुप्पटीपेक्षा 3 सेमीने कमी** आहे ह्या वाक्याचे दोन भाग

पुढीलप्रमाणे होतील.

आयताची लांबी / त्याच्या रूंदीच्या दुप्पटीपेक्षा 3 सेमीने कमी आहे.

$\therefore$ जर लांबी $= x$ सेमी व रूंदी $= y$ सेमी मानल्यास

x = 2y – 3

3) एका दोन अंकी संख्येतील दशक स्थानचा अंक **एकक स्थानच्या अंकापेक्षा 5 ने मोठा** आहे.

ह्या वाक्याचे दोन भाग पुढीलप्रमाणे होतील.

एका दोन अंकी संख्येतील दशक स्थानचा अंक / एकक स्थानच्या अंकापेक्षा 5 ने मोठा आहे.

$\therefore$ जर दशक स्थानचा अंक $= x$ व एकक स्थानचा अंक $= y$ मानल्यास,

x = y + 5 $\therefore x - y = 5$

शिक्षक वर्गात विद्यार्थ्यांना पुढील प्रसंगाचे निवेदन करतील:-
“ मीनल ही विजय या शेतक-याची एक मुलगी आहे.

हे तिचे आजोबा.

ते आता वयस्कर झाल्याने शेतावरच्या घराबाहेर बाजेवर बहुतेक वेळ निजून असतात. ते गमतीशीर असल्याने कधीकधी मीनलला प्रश्न विचारून कोड्यातही टाकत असतात.

नुकतेच त्यांनी मीनलला सांगितले की, “आपल्याकडे काही कोंबड्या आणि काही गाई आहेत. पण मागच्या आठवड्यात विजाने काही गाई नव्याने आणल्या आहेत. शिवाय आपल्या काही कोंबड्या मध्यंतरी रोगाने मेल्या हे तुला माहित आहे.

मी खाटेवर झोपल्याझोपल्या निरीक्षण केले आहे.आता आपल्याकडे कोंबड्या आणि गाई मिळून एकूण **28** प्राणी आहेत. त्यांचे पाय मी आजच मोजले. ते एकूण **78** भरले.

तू शाळेत गणित शिकतेस तर गोठ्यात जाऊन न मोजता मला सांग की, आपल्याकडे किती गाई आणि किती कोंबड्या आहेत?

त्यावरून मी तुझ्या वडलांना म्हणजे विजाला पुढच्या आठवड्यात त्यांच्यासाठी किती खाद्य आणावे लागेल ते सांगू शकेन.

शाळेत जाऊन न शिकलेल्या आमच्यासारख्या जुन्या माणसांची पध्दत म्हणजे आदमास म्हणजे अंदाज करायची रीत.

एक अंदाज चुकला तर त्यावरून अंदाज बदलायचा आणि पुन्हा नवीन अंदाज करायचा ”

मीनलला मनात म्हणाली बीजगणितापेक्षा अंदाज बांधायची Idea बरी वाटतीय!

आधी हेच करून तर बघू या.

एक-दोन अंदाज चुकल्यावर तिने ठरविले की सारणी तयार करून हे लिहून ठेवू या.

तुम्हीही अशा प्रकारची सारणी तयार करा.

सारणीत कोंबड्यांची व गाईंची एकूण संख्या 28 आहे या माहितीच्या आधारे त्यांच्या संख्यांचा अंदाज करा.

नंतर त्यानुसार त्यांच्या पायांच्या संख्या लिहा व त्यातील कोणती संख्या आजोबांनी दिलेल्या एकूण पायांच्या संख्येशी जुळते आहे ते पहा.
नसल्यास त्यातील तफावतीवरून सुधारित नवीन अंदाज करा.

उत्तर मिळेपर्यंत प्रयत्न करून पहावे लागतील. याला आपण परीक्षण पध्दत म्हणू.

विचार करा की, गाईंची संख्या, कोंबड्यांची संख्या यांच्या किंमती कोणत्या प्रकारच्या संख्या असतात?

कोणत्या प्रकारच्या संख्या नसतात?

त्यानुसारच सारणीतील संख्या निवडा.

T4_L6

परिक्षण पध्दत (Trial and error method) वेळ: 15 मिनिटे.

गाईंची संख्या	14			
कोंबड्यांची संख्या	14			
एकूणसंख्या	28			
गाईंच्या पायांची संख्या	14×4=56			
कोंबड्यांच्या पायांची संख्या	14×2=28			
एकूण संख्या	56+ 28= 84≠78			
हा अंदाज	×(चुकला)			

आता बीजगणितातील समीकरणाची पध्दत वापरून दोन संख्या शोधण्याचा प्रयत्न करायचा आहे.
त्यासाठी पुढील प्रश्नांचा विचार करा.

i) दोन संख्या माहित नसल्याने किती चले मानावीत?
ii) दोन चले मानली तर किती समीकरणे मिळविली पाहिजेत?
iii) त्यासाठी प्रश्नात किती अटी असतात?
कोंबड्यांची संख्या + गाईंची संख्या = किती दिले आहे?
त्यावरून मिळणारे समीकरण कोणते?
iv) एका कोंबडीच्या पायांची संख्या =किती?
एका गाईच्या पायांची संख्या =किती?
सर्व कोंबड्यांच्या पायांची संख्या + सर्व गाईंच्या पायांची संख्या = किती दिले आहे?
त्यावरून मिळणारे समीकरण कोणते?

वरील सर्व प्रश्नांची उत्तरे लक्षात घेऊन समीकरणे तयार करा.
त्याची उकल शोधून कोंबड्यांची संख्या व गाईंची संख्या ठरवा.

Assessment:

पुढीलपैकी प्रत्येक उपप्रश्नासाठी चार पर्याय दिलेले आहेत. त्यातील अचूक पर्याय शोधा.

i) $2x + 3y = 20$ या समीकरणातील $y = 2$ असल्यास $x =$ …….

a) 7

b) 13

c) 10

d) -7

ii) $15x – 17y = 11$ व $17x – 15y = 21$असल्यास ($x- y$) ची किंमत समीकरणे प्रत्यक्ष न सोडविता पुढीलपैकी ……..क्रिया करावी.

a) वजाबाकी

b) बेरीज

c) गुणाकार

d) भागाकार

iii) आई व मुलगी यांची आजची वये अनुक्रमे x वर्षे व y वर्षे आहेत तर 5 वर्षांनी त्यांच्या वयांची बेरीज = ...वर्षे

a) (x + y)

b) (x + y + 5)

c) x – 5 = y

d) (x + y + 10)

iv) एका टेबलाची किंमत x रू व एका खुर्चीची किंमत y रू आहे. तर 4 टेबले व 3 खुर्च्यांची किंमत 3500 रू होते. ह्या विधानाचे समीकरण:-

a) x + y = 3500

b) 4x + 3y = 3500

c) 3x + 4y = 3500

d) 4x + 4y = 3500

Exercise

1 गुणांचे प्रश्न:

1) पुढीलपैकी रेषीय समीकरणे ओळखा. (उत्तराला कारणे द्या.)

i) $4x^2 - 16x = 0$

ii) $4x + 3y = 27$

iii) $x\sqrt{2} + y\sqrt{3} = \sqrt{5}$

iv) $13x - 5y = 0$

v) $6x + 3y = 15xy$

2) $4x = 3y$ तर y ची किंमत x मध्ये लिहा.

3) $4x + 3y = 15$ या समीकरणासाठी पुढीलपैकी कोणते विधान सत्य आहे?

i) एकच उकल

ii) अनंत भिन्न उकली

iii) एकही उकल नाही.

2. गुणांचे प्रश्न:

1) $3x - 2y = 22$ तर x ची किंमत y मध्ये लिहा.

2) $13x - 12y = 25$ या समीकरणासाठी किमान दोन भिन्न उकली काढा.

3) x व y च्या किंमती न काढता (x + y) किंवा (x –y) च्या किंमती काढा.

$17x + 15y = 34, \qquad 15x + 17y = 30$

$8x - 7y = 21, \qquad 7x - 8y = 9$

4) पुढील माहितीचे दोन चले वापरून गणितीय रूपांतर करा.

a) 4 किलो गहू व पाच किलो तांदूळ खरेदी करण्यासाठी 280 रू. खर्च होतो.

b) गणित विषयात वर्गातील 20 मुले व 18 मुली यांचे एकूण गुण 1990 आहेत.

3. गुणांचे प्रश्न:

1) जर $x - y = 12$ या समीकरणासाठी पुढीलपैकी कोणत्या उकली आहेत?

a) (4, 3) **b)** (0, -12) **c)** (24, 12) **d)** (12, 0)

2) वर्ग संख्या ही धन किंवा शून्य असते याचा उपयोग करून पुढील समीकरणावरून

x व y च्या किंमती काढा.

$$(x + y - 8)^2 + (x - y - 4)^2 = 0$$

3) खालील एकसामायिक समीकरणे कोणत्याही एका पद्धतीने सोडवा.

i) $3x - y = 7$; $x + 4y = 11$

ii) $3x + 2y = 1$; $2x - 11y = 3$

iii) $27x + 31y = 85$; $31x + 27y = 89$

iv) $5x = 3y$; $y = 2x - 5$

4.गुणांचे प्रश्न:

1) दोन चलांचा उपयोग करून पुढील उदाहरणे सोडवा.

a) दोन संख्य़ांचे गुणोत्तर 5 : 6 आहे. त्या प्रत्येक संख्य़ेत 6 मिळवल्यास

मिळणाऱ्या संख्य़ांचे गुणोत्तर 11 : 13 होते तर त्या संख्या कोणत्या?

a) एका काटकोन त्रिकोणाच्या दोन लघुकोनांच्या मापांमध्ये 9^0 चा फरक आहे

तर त्यांची मापे ठरवा.

a) एका दोन अंकी संख्येतील एकक स्थानचा अंक, दशक स्थानच्या अंकापेक्षा 4

ने मोठा आहे, तर ती संख्या कोणती? ती संख्या व तिच्या अंकांची

अदलाबदल करून येणारी संख्या ह्यांची बेरीज 110 आहे तर ती संख्या

कोणती?